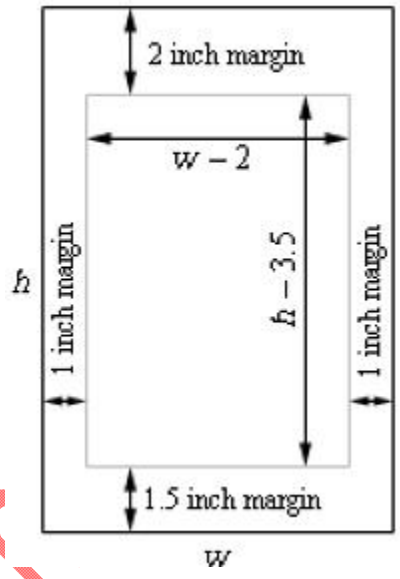
حل عددی و تشریحی بهینه سازی بیشترین سطح با تشخیص مدل ریاضی مسئله:

ما می خواهیم یک آگهی درست کنیم به نحوی که مانند شکل بتوانیم آن را پرینت کنیم و مساحت کل آن ۲۰۰ اینچ مربع بشود، و همین طور از طرفین به مقدار ۱ اینچ حاشیه داشته باشد و از بالا ۲ اینچ حاشیه و از پایین ۱.۵ اینچ حاشیه داشته باشد. ابعاد آگهی چه قدر باشد تا بیشترین سطح پرینت شود؟

حل مسئله:

حل تشریحی:

مرحله اول رسم شکل می باشد که خود سوال به ما داده است:



مرحله بعد مدل ریاضی مسئله می باشد که داریم:

$$\text{Maximize: } A = (w-2)(h-3.5)$$

$$\text{Constraint: } wh = 200$$

که از معادله دوم h را برحسب w پیدا کرده و در داخل معادله اول می گذاریم و میرسیم:

$$A = (w-2)(h-3.5) = (w-2)\left(\frac{200}{w} - 3.5\right) = 207 - 3.5w - \frac{400}{w}$$

که به راحتی دیده می شود (طول و عرض مثبت هستند)که:

$$2 \le w \le \frac{200}{3.5}.$$

حال هم از روش closed interval و هم از آزمون مشتق اول می توانیم استفاده کنیم:

Closed Interval Method:

$$A'(w) = \left(207 - 3.5w - \frac{400}{w}\right)' = -3.5 + \frac{400}{w^2} = \frac{-3.5w^2 + 400}{w^2}$$

تنها عدد بحرانی که در بازه قابل قبول می باشد عبارت است از:

$$w = \sqrt{400/3.5}$$

برای پیدا کردن بیشترین مقدار A(w) :

$$A(2) = 0, \qquad A\left(\sqrt{400/3.5}\right) \approx 120.1644, \qquad A\left(200/3.5\right) = 0$$

پس بیشترین مقدار A(w) در $w = \sqrt{400/3.5}$ ، اتفاق افتاده است و بیشترین سطح در این مقدار خواهد بود: $\approx 132.1669 \text{ in}^2$

مقدار ضلع دیگر نیز می شود:

$$h = \frac{200}{w} = \frac{200}{\sqrt{400/3.5}} = 10\sqrt{3.5} \approx 18.7083 \text{ in}$$

آزموش مشتق اول:

با توجه به محاسبه مشتق بالا و تنها عدد بحرانی که گفته شده آسان است نشان دهیم که $A'(w) > 0$ برای هر $2 \le w \le \sqrt{\frac{400}{3.5}}$ و $A'(w) < 0$ برای هر $w > \sqrt{\frac{400}{3.5}}$ بنابراین، بیشترین سطح در نقطه بحرانی اتفاق می افتد و داریم:

$$w = \sqrt{400/3.5} \approx 10.6905 \text{ in}, \; h = 10\sqrt{3.5} \approx 18.7083 \text{ in}$$

و در نهایت:

بیشترین سطح خواهد بود: 132.1669 in^2

حل عددی با متلب:

www.firstabzar.net.ir

تابع هدف را چنین می نویسیم:

```
function [L]=indexmp(x)
%global N dt;
L=-(x(1)*x(2)-3.5*x(1)-2*x(2)+7);
End
```

تابع قیود را نیز تعریف می کنیم:

```
function[c,ceq] = confunmp(x)
c = [];
ceq = [200-x(1)*x(2)];
```

و در نهایت تابع اصلی اجرای برنامه را خواهیم داشت:

```
clc;clear all
x0=[1;1];
[x,jmin]=fmincon(@indexmp,x0,[],[],[],[],[],[],@confunmp)
```

که با اجرای آن داریم:

Warning: Trust-region-reflective algorithm does not solve this type of problem, using active-set algorithm. You could also try the interior-point or sqp algorithms: set the

Algorithm option to 'interior-point' or 'sqp' and rerun. For more help, see Choosing the Algorithm in the documentation .

<In fmincon at 472

In mp at 3

Local minimum found that satisfies the constraints.

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in

feasible directions, to within the default value of the function tolerance,

and constraints were satisfied to within the default value of the constraint tolerance.

>stopping criteria details<

www.matlabproject.ir

x=

۱۰.۶۹۰۴

۱۸.۷۰۸۳

jmin=

۱۳۲.۱۶۶۹-

www.matlabproject.ir